

Principios y medición de la desigualdad¹

Principles and measurement of inequality

Juan Vicente-Perdiz

Universidad de Valladolid

Resumen. No sólo la distribución y el crecimiento son ambos resultados endógenos del sistema económico, sino que también lo es el propio concepto de desigualdad. En este trabajo se presentan los principios y propiedades que caracterizan el núcleo de las medidas regulares de desigualdad y se ofrece un panorama de algunas de las principales direcciones de la investigación reciente, tanto para precisar aspectos parciales de la desigualdad, como para integrar de forma consistente sus múltiples dimensiones. Como muestra de la relevancia de los avances realizados y de las lagunas pendientes, el trabajo incluye una sucinta revisión de la literatura sobre la desigualdad mundial.

Palabras clave. Medición de la desigualdad, desigualdad global.

Clasificación JEL. D31, D63.

Abstract. Not only growth and distribution are both endogenous outcomes of the economic system, but also the concept of inequality itself. This paper presents the properties and principles that characterize the core of regular measures of inequality and offers an overview of some of the main directions of current research in the field, both for finding more accurate measures of specific aspects of inequality and for integrating consistently its multiple dimensions. To illustrate the relevance of the achievements and outstanding challenges, the paper includes a concise review of the literature on global inequality.

Key words. Inequality measurement, global inequality.

JEL classification. D31, D63.

Fecha de recepción del artículo. 11-03-2009

Fecha de aceptación del artículo. 13-04-2009

1. Introducción

Adam Smith (1776) intuyó que «cada individuo [...] es [...] guiado por una mano invisible a promover un fin que no era parte de su intención» (pág. 456). El mecanismo de la mano invisible fue alumbrado un siglo más tarde por Walras (1874 y 1877) y su alcance precisado a mediados del siglo pasado por los teóricos del equilibrio general (Arrow, 1972). A partir de unos derechos iniciales, un mercado perfecto conduce hacia la frontera de posibilidades y la redefinición de los derechos permite aspirar a zonas alternativas de dicha frontera. Quedó así abierta una doble agenda, por una parte, dado que los mercados del mundo real

¹ Resultado del proyecto VA114A08 (Consejería de Educación. JCYL).

son imperfectos, hay que estudiar cómo el Estado puede ayudar a alcanzar la frontera de posibilidades (Stiglitz, 2001) y, por otra, dado que es imprescindible una distribución inicial, hay que explorar qué puede decir la economía al respecto (Sen, 1998).

Este trabajo se adentra en la segunda dirección. En primer lugar, revisa los criterios de justicia distributiva (sección 2) y la relación entre eficiencia y equidad (sección 3), después se detiene en la literatura sobre medición de la desigualdad (sección 4) y, por último, trata sobre su aplicación al estudio de la distribución mundial de la renta (sección 5).

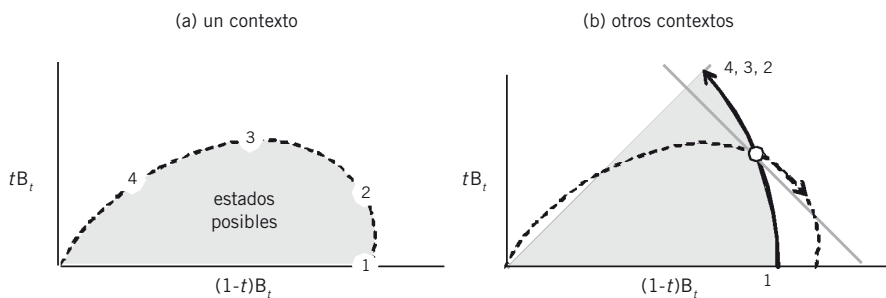
2. Justicia distributiva

Una teoría descriptiva de la *justicia distributiva* puede plantearse como una pluralidad de unos pocos *principios* cuyos pesos dependen del *contexto* (Konow, 2003). Para ilustrar algunos de los *principios* de justicia distributiva más relevantes puede emplearse una figura similar a la atribuida a Buchanan (1976) empleada en diversos manuales de economía pública (ver, por ejemplo, World Bank, 2005). La **Figura 1a** supone una situación de partida 1 en la que sólo una persona está capacitada para obtener renta en el mercado, en tanto que la otra depende de la política distributiva, y supone además un comportamiento tal que inicialmente la base imponible B aumenta con el tipo impositivo t hasta 2, para reducirse después a medida que el efecto ocio se impone sobre el efecto renta, y tal que la máxima transferencia 3 se alcanza antes que ambas rentas coincidan 4.

Los puntos 1 a 4 representan, sucesivamente, la no redistribución ($t=0$), la redistribución que maximiza la renta total (máx B), la que maximiza la renta del desfavorecido (máx tB) y la que iguala ambas rentas ($t=1/2$). Los puntos 1 a 4 caricaturizan los criterios de justicia distributiva asociados al derecho natural, el utilitarismo, el máximin y el contrato social o, alternativamente, a los principios del mérito, la eficiencia, las necesidades y la igualdad o, por ponerles alguna cara, las posturas de Locke, Bentham, Rawls y Rousseau. La defensa económica de 1 se basa en la idea de que el respeto de las dotaciones al acercar el rendimiento privado al social incentiva un uso más eficiente de los recursos, en tanto que la defensa económica de 4 se basa en la creencia de que al derivarse la mayor parte del excedente de la especialización y el intercambio en sociedad a cada nuevo socio le correspondería el promedio de derechos de los demás.

En un *contexto* paretiano, en el que no caben situaciones en las que alguien pueda mejorar sin que nadie empeore, los estados óptimos son los situados entre 2 y 3 a lo largo

Figura 1. Principios de justicia distributiva bajo diferentes contextos.



de la frontera de posibilidades. Es decir, no cabe sostener ni un *statu quo* igualitario 4 si los menos favorecidos prefieren 3, ni un *statu quo* de respeto a las dotaciones 1 que impida un aprovechamiento más eficiente de los recursos 2. Bajo el *velo de la ignorancia* las preferencias de cada uno estarán más próximas a 3 que a 2 cuanto mayor sea su aversión al riesgo. En el *mundo real* los menos favorecidos serán proclives a posiciones entre 3 y 4, en tanto que los más favorecidos se inclinarán hacia posiciones entre 2 y 1. La mayoría optará o no por la redistribución dependiendo de si el *contexto* es el de una distribución asimétrica positiva (la mayoría no son ricos) o negativa (la mayoría no son pobres). Incluso bajo el velo de la ignorancia y distribuciones simétricas de aversión al riesgo, la mayoría será proclive a posiciones más o menos distributivas dependiendo de la relación entre la eficiencia y la equidad (**Figura 1b**).

3. Eficiencia y equidad

Imaginemos una población ilimitada sin recursos (oferta de trabajo paralela y próxima al eje horizontal) y un capital escaso y poco productivo (demanda de trabajo muy decreciente y cercana al origen). Inicialmente, en una economía de mercado, la acumulación y el progreso técnico desplazan la demanda de trabajo aumentando las rentas de la propiedad (área comprendida entre las funciones de demanda y oferta) sin afectar a un salario de equilibrio de subsistencia que no permite ahorrar. Crecimiento y mayor desigualdad fue precisamente lo que Marx y otros muchos observaron a mediados del XIX.

Un siglo más tarde Kuznets, en su célebre alocución presidencial a la AEA (1955), tras considerar alguno de los factores que afectan a la concentración de los ahorros y aduciendo la falta de evidencia al respecto, simuló varios procesos migratorios desde un sector tradicional hacia otro más —o mucho más— productivo y con la misma o mayor desigualdad². En todos los casos observó que la tendencia inicial de crecimiento de la desigualdad se invertía a partir de cierto umbral.

Desde entonces una creciente literatura ha tratado de modelizar los otros grupos de fuerzas sobre los que Kuznets carecía de evidencia. La tratabilidad de las conductas individuales de agentes heterogéneos interactuando en mercados imperfectos y fuera de los mercados ha permitido reintroducir la desigualdad en los modelos macroeconómicos (Bertola *et al.*, 2006). Las diferentes teorías del crecimiento, clásica, neoclásica, endógena, política o unificada (Aghion y Durlauf, 2005), han ido aportando nuevos elementos. El crecimiento puede ser igualitario o no dependiendo de las propensiones al ahorro y los rendimientos a escala (o en un sentido más general de la estructura de las preferencias y el tipo de progreso técnico) y la desigualdad puede limitar o no el crecimiento dependiendo del origen de la heterogeneidad de los agentes y del sistema político.

Como puede apreciarse en la **Figura 1b** el crecimiento igualitario puede ser factible y deseable según la forma de la frontera de posibilidades y la voluntad política. Así con una

² En concreto, supuso una renta *per capita* inicial de 50 que se doblaba o cuadruplicaba, y distribuciones porcentuales por decilas de 4,5+ *d* y -1+2*d*. Como medida de desigualdad empleó la diferencia entre las participaciones de los quintiles extremos. Anand y Kanbur (1993) formalizaron el proceso para diferentes medidas de desigualdad.

frontera poco inclinada (línea discontinua) la desigualdad favorece el crecimiento, pero será inasumible si la mayoría es rawlsiana. Mientras que si la frontera es muy inclinada (línea continua), la renta total aumenta con una redistribución progresiva, aunque no será posible si la mayoría opta por preservar el *statu quo*.

En general, es posible que en las primeras fases de la industrialización, en las que el capital físico es decisivo, la desigualdad favorezca el crecimiento, que en las siguientes etapas a medida que el capital humano adquiere protagonismo la igualdad alivie las restricciones financieras, y que en los últimos estadios la relación se haya vuelto ambigua (Galor, 2004, 2008). En particular, la desigualdad puede perjudicar al crecimiento (Deininger y Squire, 1996, Person y Tabellini, 1994), favorecerlo siempre (Li y Zou, 1998, Forbes, 2000) o sólo al principio (Barro, 2000), o depender de la especificación (Banerjee y Duflo, 2003) o de otros factores (Lunberg y Squire, 2003). En cualquier caso, como destacan García-Peñalosa y Turnovsky (2006, pág. 26) «una cosa es clara: la desigualdad y el crecimiento son ambos resultados endógenos del sistema». Al tiempo que, como ha señalado el hasta hace poco economista jefe del Banco Mundial, «cada vez más con la experiencia me convengo de que el problema es político y está enraizado en la cuestión de la desigualdad» (Bourguignon, 2008, pág. 144).

4. Medición de la desigualdad

4.1 Antecedentes

Aunque las primeras contribuciones relevantes sobre la medición de la desigualdad se remontan al menos a principios del siglo pasado (Lorenz, 1905, Gini, 1912 o Dalton, 1920), fue durante su último tercio cuando se produjo la eclosión de contribuciones en este campo. Los manuales de Sen (1973, 1997) *sobre la desigualdad económica*, de Atkinson (1975, 1983) *sobre la economía de la desigualdad*, de Cowell (1977, 1995) *sobre medición de la desigualdad* o de Lambert (1989, 1993, 2001) *sobre distribución y redistribución de la renta* son algunos de los más representativos.

La reedición del texto clásico de Sen en 1997 incluyó un anexo (Foster y Sen, 1997) con un primer balance de los principales desarrollos desde la aparición del original en 1973. Poco después vieron la luz los *handbooks* sobre *medición de la desigualdad de la renta* de Silber (1999) y sobre *distribución de la renta* de Atkinson y Bourguignon (2000), así como la selección de textos clásicos sobre *economía de la desigualdad* a cargo de Cowell (2003, v. 1). Aunque buena parte de los clásicos en este campo se han publicado en revistas generalistas, en 2003 se funda el *Journal of Economic Inequality* que viene a sumarse al *Journal of Income Distribution* y la serie anual *Research on Economic Inequality* que comenzaron a publicarse a principios de los noventa. En 2005 se crea la *Sociedad para el Estudio de la Desigualdad Económica* (ECINEQ), que celebra en 2009 su tercera conferencia bianual, y en la que una parte de sus miembros los eran ya de la *Asociación Internacional para la Investigación sobre la Renta y la Riqueza* (IARIW) fundada en 1947 que, pese a su razón de ser más amplia, ha acogido numerosos trabajos sobre desigualdad, tanto en sus conferencias bianuales como en la revista *Income and Wealth* publicada desde 1966.

La literatura sobre medición de la desigualdad ha ido construyéndose desde múltiples aproximaciones (estocástica, axiomática, normativa, subjetiva, etc.) que emplean distintas herramientas matemáticas (teoría de conjuntos, análisis funcional, topología ...) y adoptan conceptos de campos tan diversos como la teoría de la información, del bienestar o de los protocolos, entre otras muchas. Un posible punto de partida es el texto presentado por Serge-Christophe Kolm en 1966 y cuya trascendencia no ha cesado de acentuarse desde entonces.

La nota de prensa de la Academia sueca al justificar la concesión del premio Nobel a Sen en 1998, y refiriéndose concretamente a la medición del bienestar, reconocía que «Serge Kolm, Anthony Atkinson y algo más tarde Amartya Sen fueron los primeros que obtuvieron resultados sustanciales en esta área». Previamente en el artículo más citado y probablemente más influyente *sobre la medición de la desigualdad*, Atkinson (1970, pág. 262) reconoció que «después de haber sido aceptado para su publicación, descubrí que varios de los resultados habían sido probados independientemente en un importante texto de Kolm (1969)». En el prefacio a la segunda edición del difundido manual de Lambert (1993, pág. xii), éste lamenta haber omitido en la primera edición la contribución de Kolm y señala como la posible causa de su desigual reconocimiento una «terminología opaca y un estilo deductivo que, aunque elegante y penetrante, es también muy condensado y difícil de captar para los economistas». *La producción óptima de justicia social* de Kolm obtuvo su definitivo reconocimiento al ser incluida por Arrow y Debreu (2001) entre las contribuciones más relevantes en el campo de la elección social y al escogerla (Lambert, 2007) para inaugurar la sección de clásicos redescubiertos del *Journal of Economic Inequality*.

4.2. Fundamentos

Entre otras aportaciones, el trabajo seminal de Kolm (1966) presenta seis teoremas fundamentales entre los que cabe destacar el *Teorema 1*, «las siguientes cuatro propiedades son equivalentes: (i) *rectificación e imparcialidad* juntas, (ii) *isofilia* con *suma-constante*, (iii) *preferencia por promedios* y (iv) *preferencia por mezclas*»:

$$(i) \quad (x_i - x_j) (\zeta_i - \zeta_j) \leq 0 \quad \text{para todo } i, j \quad \cup \quad x^{\pi} \sim x$$

$$(ii) \quad X^2 = X^j \cup y^2 \geq y^1 \Rightarrow x^2 \geq x^1$$

$$(iii) \quad Bx \geq x$$

$$(iv) \quad \sum \lambda_{\pi} x^{\pi} \geq x$$

donde x_i es la renta equivalente de i en la distribución x , ζ_i^x es la variación de la desigualdad al variar x , x^{π} son las distribuciones resultantes de permutar elementos de x , X es la suma de los

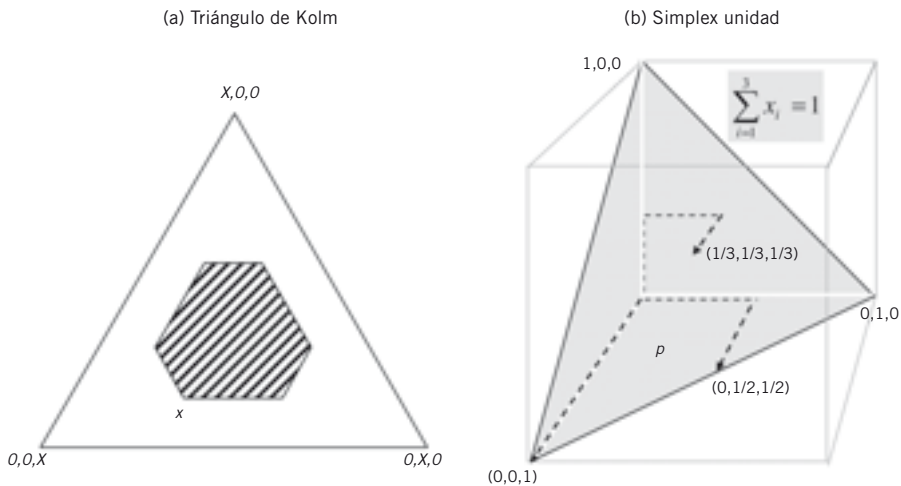
elementos de x , el componente i de y^1 es la renta acumulada de los i menores componentes de x^1 , B es una matriz biestocástica y λ_π números no negativos cuya suma es la unidad³.

Al reemplazar términos como *principio de transferencias* y *anonimidad* de Dalton por *rectificación e imparcialidad*, o *dominancia estadística* de Lorenz por *isofilia con suma constante*, Kolm (2002, pág. 260) pretende una especie de esperanto, o lengua común que pocos emplearán. Así las distintas aproximaciones normativa (Blackorby *et al.*, 1999), axiomática (Chakravarty, 1999), estocástica (Moyes, 1999) o matemática (Le Breton, 1999), entre otras, continúan usando sus lenguajes más o menos particulares⁴.

Para ilustrar el teorema 1 Kolm incluyó un gráfico (Figura 2a) que «muestra el plano $X = \text{constante}$ para el caso $n = 3$, un x , las $n! = 6 x^\pi$, y las *mezclas* preferidas a x » y que Sen (1973) reinterpreto como «simplex unidad» (Figura 2b).

En la Figura 2a, a modo de ejemplo, X representa la renta equivalente de la población española en 2000 y x su distribución por terciles. El interior del poliedro cuyos vértices son las permutaciones de x representa las distribuciones alternativas de X que prefieren quienes comparten (i) o sus equivalentes y que son consideradas menos desiguales por cualquier medida de desigualdad I que satisfaga (i) o sus equivalentes.

Figura 2. Propiedades de las medidas desigualdad (simetría, convexidad...).



- 3 El teorema 6 extiende el teorema 1: «Las propiedades del teorema 1 y no-malevolencia ($x^2 \geq x^1 \Rightarrow x^2 \geq x^1$) juntas equivalen a isofilia ($y^2 \geq y^1 \Rightarrow x^2 \geq x^1$)». Los teoremas T2 a T4 precisan que si todas las propiedades son estrictas (i'), entonces (ii'), (iii') y (iv') son equivalentes (T2) y son implicadas por (i') sin que el recíproco sea cierto (T3) y que las propiedades de T1 y benevolencia equivalen a super-isofilia (T4) y, sustituyendo T1 por T2, a isofilia-estricta (T5). Ver referencias en Kolm (1999) y Le Breton (1999).
- 4 De hecho es más improbable leer que una medida *rectificante e imparcial* es *isofílica con suma-constante*, que leer que las que satisfacen los *principios de transferencias* y *anonimidad* de Dalton son consistentes con el *criterio de Lorenz* (para poblaciones y rentas dadas) o que las medidas *simétricas* y *convexas* (Surch convexas) satisfacen el criterio de *dominancia estocástica* de *segundo orden*.

En la **Figura 2b** el plano sombreado representa todas las distribuciones relativas por terciles y p es la distribución de la renta equivalente en España en 2000 (0,15; 0,30; 0,55). El interior del correspondiente poliedro cuyos vértices son las permutaciones de p representa las distribuciones (cualesquiera que sean la renta y población totales) consideradas menos desiguales por cualquier medida I que además de satisfacer (i) o sus equivalentes sea *invariante* (v) de la *escala* y (vi) de las *réplicas* de población.

$$(v) \quad I(\lambda x) = I(x) \text{ siendo } \lambda \text{ un escalar.}$$

$$(vi) \quad I(x) = I(x, \dots, x)$$

4.3. Medidas y familias

Probablemente las dos medidas más populares (i) simétricas y convexas e invariantes (v) de la escala y (vi) de las réplicas de población son el Coeficiente de variación (C) y el índice de Gini (G).

$$d_2(p - \bar{p}) = |p - \bar{p}|_2 = \left(\sum_i \left(p_i - \frac{1}{n} \right)^2 \right)^{1/2} = C(p) / n^{1/2} \quad (1)$$

$$\sum_i i p_i = [1 + n(1 + G(p))] / 2 \quad p_i \leq p_{i+1}, \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

Como mostraron Blackbory y Donalson (1978), C y G ordenan respectivamente todas las distribuciones relativas mediante círculos y hexágonos regulares concéntricos. Las curvas de nivel o distribuciones con la misma desigualdad de C y G están representadas, respectivamente, por las líneas continuas gruesas de las **Figuras 3a** y **3b**.

Probablemente la familia de medidas de desigualdad que más atención ha recibido es la de Entropía generalizada (E) cuyos miembros son ordinalmente equivalentes a los correspondientes de la familia de índices expresados en términos de bienestar (W) de Dalton (1920), Kolm (1966) y Atkinson (1970)⁵.

$$E_\alpha(p) = \frac{(1 - W_{1-\alpha})^\alpha}{\alpha^2 - \alpha} \quad (3)$$

$$\text{donde: } |p| = \left(\sum_i (p_i)^\alpha \right)^{1/\alpha} = n^{1-\alpha} (1 - W_{1-\alpha}(p))$$

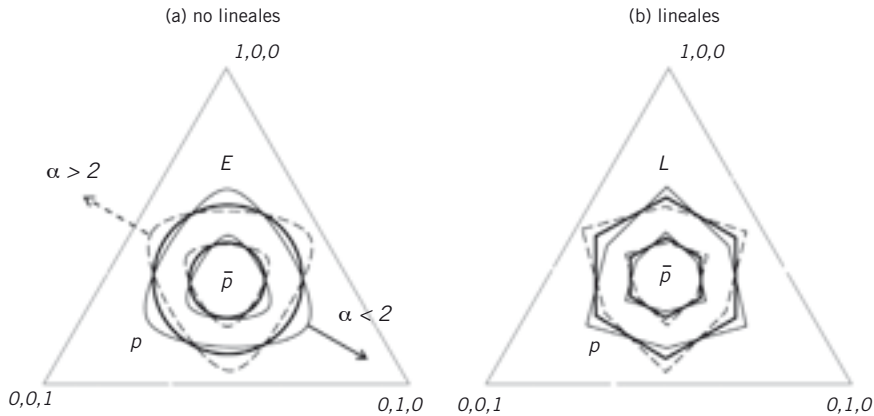
5 La medida E constituye una generalización (Cowell, 1977) de los índices propuestos por Theil (1967). Así E se comporta como el índice de Theil (T1) cuando $\alpha \rightarrow 1$ y como la desviación media de los logaritmos (TO) cuando $\alpha \rightarrow 0$.

La **Figura 3a** muestra las curvas de nivel para dos medidas de la familia E_α , además de C (Blackorby y Donalson, 1978 y Cowell, 1985). El parámetro α gradúa la sensibilidad posicional del principio de transferencias. Cuando $\alpha < 2$ (> 2) la medida de desigualdad E es más sensible a las transferencias en la parte inferior (superior) de la distribución y cuando $\alpha = 2$ la medida E ordena las distribuciones igual que el Coeficiente de Variación. Como muestran Shorrocks y Foster (1987) C es la medida con un valor del parámetro de aversión a la desigualdad de Atkinson (1970) en el límite del respeto al *principio de transferencias decrecientes* de Kolm (1976)⁶ o en palabras de Foster y Sen (1997) constituye el filo de la navaja entre las medidas cuya sensibilidad crece hacia la parte alta o baja de la distribución.

La **Figura 3b** presenta un análisis similar para medidas lineales de desigualdad (L), entre las que se encuentran los índices relativos de Gini generalizado (Weymark, 1981). Como muestran Chateauneuf *et al.* (2002), el índice de Gini se corresponde con el valor límite del *grado de actitud igualitarista* (Yaari, 1988) que satisface el *principio dual de transferencias decrecientes* (Merhan, 1976)⁷.

Las sensibilidades posicionales extremas tanto lineales como no lineales producen medidas que sólo tienen en cuenta los *truncamientos* (Kolm 1966, 2002). En un extremo, están las medidas que sólo son sensibles a la participación del menos favorecido (Ralws, 1971) y en el otro las que sólo son sensibles a la participación del más favorecido (Temkin, 1993) y cuyas curvas de nivel son triángulos equiláteros concéntricos sin invertir e invertidos, respectivamente.

Figura 3. Familias de medidas con diferente sensibilidad posicional.



6 Que se corresponde con la *dominancia estocástica de tercer orden* (Davis y Hoy, 1994) o rectificación de segundo orden (Kolm, 2002).

7 Que se corresponde con la *dominancia estocástica inversa de tercer orden* (Muliere y Scarsini, 1989 y Zoli, 1999).

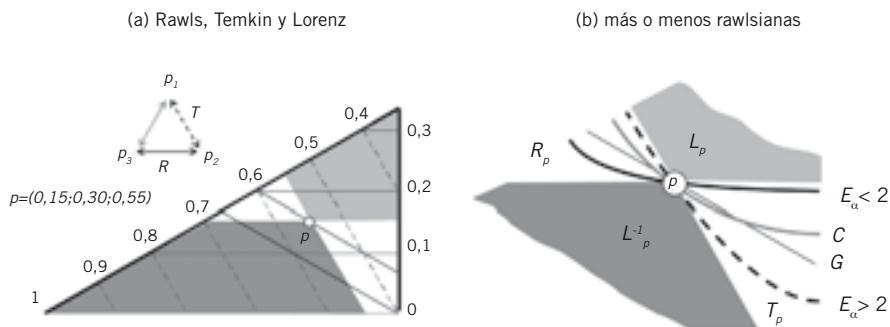
4.4. Una herramienta sencilla

Supongamos que la renta que se reparte entre tres grupos equivalentes en todo lo demás mide lo que una vara de metro. Dado que la participación del más pobre está comprendida entre 0 y 1/3 y la del más rico entre 1/3 y 1, podemos partir la vara para construir un triángulo rectángulo cuyos lados menor y mayor midan las respectivas participaciones de los terciles extremos (Figura 4a)⁸.

Si p representa la distribución relativa por terciles de la renta de los españoles en 2000. El área sombreada más clara recoge las distribuciones alternativas Lp cuya curva de Lorenz —que relaciona los porcentajes acumulados de renta y población— es envuelta por la de p , mientras que el área más oscura recoge las distribuciones alternativas $L^{-1}p$ cuya curva de Lorenz envuelve a la de p . De acuerdo con el *teorema 1* para cualquier medida de desigualdad I_{sc} que respete los principios de anonimidad y transferencias (Surch Convex, o simétrica y convexa, o rectificante) se cumple que $I_{sc}(Lp) \leq I_{sc}(p) \leq I_{sc}(L^{-1}p)$ o lo que es lo mismo $Lp \preceq_{sc} p \preceq_{sc} L^{-1}p$ ⁹.

El resto de distribuciones de las dos áreas sin sombrear representan las distribuciones cuyas curvas de Lorenz se cortan con la de p . El área sin sombrear arriba y a la izquierda de p contiene las distribuciones cuya curva de Lorenz corta a la de p desde arriba hacia abajo y que son consideradas menos desiguales por medidas rawlsianas que prestan más atención a la participación de los menos favorecidos y más desiguales por medidas temkinianas que destacan la participación de los más favorecidos, en tanto que lo contrario sucede con las distribuciones del área sin sombrear situada a la derecha y por debajo de p .

Figura 4. El triángulo del más pobre y del más rico (PRT).



- 8 El triángulo del más pobre y más rico (PRT, *poorest and richest triangle*) se corresponde con una de las $n!$ simetrías del simplex, en concreto la delimitada por los tres puntos de la Figura 2b cuyas coordenadas están entre paréntesis y que representa todas las distribuciones relativas cuyos componentes están ordenados crecientemente (Vicente y Rubio, 2006). Las líneas continuas inclinadas representan la norma Rawls (maximizar la participación mínima) o Temkin (minimizar la participación máxima).
- 9 Si la medida además de es invariante de la escala y de las réplicas las comparaciones dejan de referirse exclusivamente a distribuciones alternativas de la renta de los españoles en 2000, para extenderse a distribuciones de cualquier renta entre cualquier población.

Como muestra la **Figura 4b**, el índice de Gini tiene una sensibilidad posicional simétrica de modo que no se ve afectado cuando las participaciones de los dos tercios extremos varían en la misma cuantía. Mientras que el Coeficiente de Variación tiene una sensibilidad posicional rawlsiana cuando el tercio pobre está muy rezagado del resto de la sociedad (asimetría negativa), similar a la del índice de Gini cuando ricos y pobres equidistan de la clase media y temkiniana cuando son los ricos los que se distancian del resto de la sociedad (asimetría positiva). En general, las medidas entrópicas con $\alpha < 2$ son rawlsianas excepto para distribuciones con asimetría positiva extrema y con $\alpha > 2$ son temkinianas excepto para distribuciones con asimetría negativa extrema.

4.5. Extensiones

El núcleo central de medidas de desigualdad *regulares* que satisfacen los principios de (i) anonimidad, transferencias e independencia (v) de la escala y (vi) de las réplicas de población ha sido objeto de diferentes tipos de extensiones.

Una primera dirección es la de sustituir alguna de las propiedades anteriores para dar lugar a clases alternativas de medidas de desigualdad. Así, por ejemplo, cabe clasificar las medidas *regulares* que satisfacen (i) y (vi) en *relativas* si además satisfacen (v) o *absolutas* si (v*) la desigualdad no cambia cuando todas las rentas varían en la misma cantidad (en vez de en la misma proporción). Como ha señalado Kolm (1976, 1999) las medidas relativas y absolutas constituyen los casos polares de una amplia gama de medidas *sintéticas* (relativas cuando comparamos *x*'s y absolutas cuando comparamos *p*'s) o *intermedias* entre los dos extremos (Bossert y Pfingsten, 1990).

Una segunda dirección es la de introducir propiedades adicionales para dar lugar a clases más reducidas de medidas de desigualdad. La descomponibilidad aditiva es probablemente la propiedad que más atención ha recibido. Así, por ejemplo, Bourguignon (1979), Cowell (1980) y Shorrocks (1980) demostraron que si se quiere expresar la desigualdad global como suma ponderada de las desigualdades intragrupos (con pesos positivos que sólo dependan de las poblaciones y medias de los grupos) más la desigualdad intergrupos (entendida como la desigualdad resultante de eliminar las desigualdades intragrupos), entonces, podemos emplear la medida de entropía E_α (ponderando la desigualdad de cada grupo por el producto de las participaciones en la renta y la población elevadas a α y $1-\alpha$, respectivamente). Si además queremos que los pesos sumen la unidad, entonces podemos aplicar el índice de Theil ($\alpha \rightarrow 1$), donde las desigualdades intragrupos se ponderan por sus participaciones en la renta total, o la Desviación media de los logaritmos ($\alpha \rightarrow 0$), donde se ponderan por su participación en la población. El índice de Gini también puede descomponerse en un sentido similar introduciendo en tercer término que refleje el grado de superposición (Bhattacharya y Mahalanobis, 1976; Rao, 1969 y Pyatt, 1976), e incluso en sólo dos términos aunque alterando el significado de las descomposiciones (Sastrey y Kelkar, 1994). Las dos direcciones señaladas anteriormente pueden combinarse tratando de caracterizar clases de medidas que sean, a la vez, (des)agregables y, por ejemplo, sintéticas (Ebert, 1988) o centristas (Zengh 2007).

Una tercera dirección consiste en centrar el análisis de la desigualdad en algunos de sus múltiples aspectos parciales. La medición de la pobreza es la cuestión más relevante

y que mayor atención ha recibido y puede plantearse como un aspecto independiente de la desigualdad global que depende de su intensidad, extensión y distribución (Sen 1976), o como un componente de la desigualdad global, que resulta obviar las diferencias entre los que superen el umbral de pobreza (Takayama, 1979). Como señala Kolm (2006) buena parte de los desarrollos de la literatura sobre la medición de la desigualdad son de aplicación más o menos inmediata a la medición de la pobreza. Desde la introducción de la sensibilidad posicional en las medidas lineales de la familia de Gini (Kakwani, 1980) y en las no lineales de la familia entrópica (Foster y otros, 1984), pasando por extensiones clásicas (Atkinson, 1987), hasta las caracterizaciones más recientes (Zheng, 2007). Otro aspecto de la desigualdad cuya medición ha recibido una atención notable es la polarización (Esteban y Ray, 1994 y Wolfson, 1994) por su relevancia como detonante de conflictos. La privación (Yhitzaki 1982) que constituye un aspecto específico de la pobreza, el elitismo de los ricos y el aislamiento de los pobres (Fields, 1993) que repercuten sobre la conciencia igualitaria o provocan desesperación, la equidad horizontal (Atkinson, 1980 y Plotnick, 1981) de relevancia para el análisis de la redistribución, o la movilidad (Shorrocks, 1978) que afecta a la distribución del ciclo vital o intergeneracional, son sólo una muestra de otros aspectos relevantes.

La extensión sin duda más amplia consiste en considerar las múltiples dimensiones de la desigualdad más allá de la distribución de la renta. Los trabajos de Kolm (1977) y Atkinson y Bourguignon (1982) iniciaron las propuestas de principios específicos sobre los que construir las medidas adecuadas en el ámbito multidimensional. Maasoumi (1996) propuso la agregación ideal de los atributos en una primera etapa y la selección en una segunda etapa de la medida adecuada aplicando los criterios del análisis univariante. Dicho método fue empleado por Tsuy (1995) para derivar las medidas relativas y absolutas multidimensionales y por Gajdos and Weymark (2003), aunque cambiando el orden de las etapas, para derivar una medida multidimensional del Gini generalizado. En contraste con las aproximaciones más generales a la medición de la desigualdad multidimensional (Savaglio, 2006), algunos autores (Shorrocks, 2004) reivindican la aproximación tradicional de utilizar la renta equivalente para comparar distribuciones heterogéneas.

Un caso específico de análisis multidimensional y de gran relevancia práctica es la (des) composición por fuentes de renta (trabajo y propiedad, privadas y públicas, de diferentes años, etc.), cuyo alcance fue delimitado por Shorrocks (1982,1999). La combinación de los dos últimos campos multidimensionalidad y pobreza ha dado lugar a una amplia variedad de aproximaciones representada en el reciente texto editado por Kakwani y Silber (2008). El análisis multidimensional ha ido extendiéndose progresivamente a los diferentes aspectos de la desigualdad como, por ejemplo, la privación (Mukherjee, 2001) o la polarización (Gigliarano y Mosler, 2009), entre otros.

La literatura sobre medición de la desigualdad no cesa de crecer, para abarcar un número de temas cada vez más amplio. Los textos recientes editados por Jenkins y Micklewright (2007), Betti y Lemmi (2008) o Saveedra *et al.* (2009) o los aparecidos en la reciente serie de títulos a cargo de Jaques Silber (2006–2008) constituyen una buena muestra del dinamismo del área.

En la nota inicial de la reimpresión de 2007 de su texto clásico de 1966, Kolm reconoce el cambio drástico entre ambas fechas de la situación acerca de los estudios de los aspectos normativos sobre la distribución del bienestar, hasta el punto de que podría pensarse que hemos pasado de la cuestión de ¿qué puede decirse? a la de ¿qué queda por decir?

En el epílogo del *Handbook* de Silber (1999), Atkinson mostraba su sorpresa ante el escaso impacto de los recientes desarrollos teóricos sobre el trabajo empírico haciendo notar que la mayoría de los investigadores, incluido él mismo, seguían empleando las medidas convencionales de desigualdad, al tiempo que vaticinaba con acierto que la incorporación de estos desarrollos a paquetes de *software* fácilmente accesibles produciría un salto cuántico en su aplicación.

5. Evidencia sobre la distribución global de la renta

En 1955 Kuznets se lamentaba de que el campo de la medición de la desigualdad estuviese plagado de imprecisión en las definiciones, escasez de datos y presión de opiniones vehementes. Todavía hoy Anand y Segal (2008) concluyen su revisión de la literatura más reciente sobre distribución global de la renta admitiendo las dificultades derivadas de la variedad de fuentes y metodologías, los errores de medición en las cifras nacionales y los problemas de comparabilidad internacional. Pese a todo, algunos hechos estilizados sobre la desigualdad de la distribución personal de la renta en el mundo cuentan con cierto consenso.

En primer lugar, cabe destacar que el crecimiento moderno ha venido acompañado de un aumento de la desigualdad. Por un lado, cabe especular con Pritchett (1997) que los que aún viven en el umbral de subsistencia no podrían haber vivido peor, por lo que el fuerte crecimiento de las economías más avanzadas durante los dos últimos siglos ha tenido que aumentar considerablemente el rango de la desigualdad mundial. Por otro, los cálculos de Bourguignon y Morrison (2002) muestran que la desigualdad global ha crecido considerablemente desde principios del XIX hasta el tercer cuarto del XX; en concreto, el índice de Gini (de 0 a 1) ha crecido una centésima por década desde 0,50 en 1820 hasta 0,65 en 1970, un crecimiento robusto tanto en términos de los errores de medición como del empleo de índices alternativos.

En segundo lugar, la evolución más reciente de la desigualdad es ambigua. Como muestra la selección de Anand y Sengal (2008) de trabajos que abarcan el período 1970–2000, la evolución del índice de Gini osciló entre más/menos dos décimas tanto en las dos primeras décadas (Dikhanov y Ward, 2002; Bhalla, 2002), como durante la última (Milanovic, 2002; Sala i Martín, 2006). Diferentes muestras con distinta composición de distribuciones de renta o consumo produce diferentes niveles de desigualdad (más desigual la primera, Bhalla, 2002) y el empleo de tipos de cambio o paridades de poder de compra al agregar las distribuciones nacionales produce tendencias diferentes (creciente la primera y decreciente la segunda, Dowrick y Akmal, 2005). La utilización de una u otra medida de desigualdad también afecta tanto a los niveles como a la senda de la desigualdad. La considerable ampliación de la diferencia entre las participaciones de los terciles rico y pobre entre 1820 (68,3–10,6%) y 1970 (81,3–4,8%) se debió al aleja-

miento de ambos grupos de la participación media, por lo que cualesquiera que sea la sensibilidad posicional de la medida de desigualdad empleada reflejará un aumento de la desigualdad. Sin embargo, entre 1970 y 1992 (81,6–5,0%) los dos terciles extremos aumentaron su participación, por lo que las medidas más sensibles a la evolución de los pobres con relación a la media (desviación media de los logaritmos) reflejan una mejor evolución de la desigualdad que las que muestran las medidas que también son sensibles a la evolución de la media con relación a los ricos (Coeficiente de Variación).

En tercer lugar, el nivel de la desigualdad mundial es muy elevado. Prácticamente todos los trabajos reflejan que los valores de la desigualdad global están en el extremo superior de las desigualdades nacionales cuyo Ginis oscilaban entre 0,25 y 0,60 a principios de los setenta (Whalley, 1979) y entre 0,20 y 0,74 en la actualidad (Ferreira y Ravallion, 2008). Para las medidas de desigualdad habituales la desigualdad (relativa) global ha de ser mayor que la media ponderada por la población (renta) de las desigualdades nacionales (Kolm, 1966, teorema 21) y su diferencia (Bourguignon, 1979) es la desigualdad entre países ponderados por la población (renta) cuando se emplea la Desviación media de los logaritmos (índice de Theil). La evolución de esta última desigualdad internacional/intergrupos calculada como la desigualdad global resultante de eliminar las desigualdades nacionales/intragrupos es precisamente la que explica la mayor parte del crecimiento histórico de la desigualdad global. De acuerdo con los cálculos de Bourguignon y Morrison (2002), la desigualdad internacional ha crecido considerablemente hasta bien entrada la segunda mitad del siglo xx, pasando de explicar apenas el 10% de la desigualdad global a principios del xix a explicar alrededor del 60% en la actualidad, mientras que las desigualdades nacionales en promedio se mantuvieron durante el siglo xix y mostraron una forma de U durante las dos mitades del xx. Las estimaciones sobre la evolución más reciente, más allá de sus discrepancias, confirman tanto el elevado peso explicativo de la desigualdad internacional, entre dos tercios (Sala y Marin, 2006) y tres cuartos (Dikhanov y Ward, 2002) de la desigualdad global, como la caída de la desigualdad internacional y aumento de las nacionales, especialmente cuando se emplean medidas que ponderan por la población, en vez de por la renta.

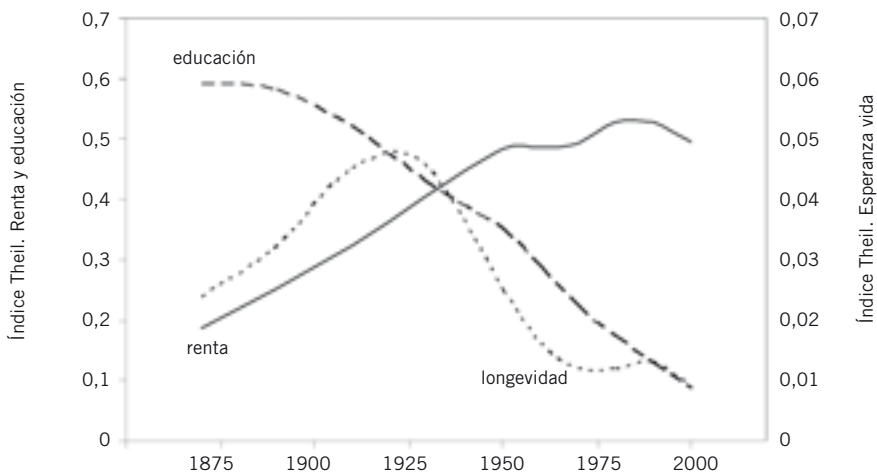
Los hechos estilizados anteriores se basan en buena medida en el empleo de medidas imparciales, igualitaristas, con diferentes sensibilidades posicionales, pero *relativas* y *unidimensionales* obviando así las consideraciones sobre la interrelación entre crecimiento y desigualdad, por una parte, y entre la renta y otras dimensiones del bienestar, por otra.

La inmensa mayoría de los estudios sobre la evolución de la desigualdad global emplean medidas de desigualdad invariantes de la escala (ponderan diferencias relativas); sin embargo, los primeros estudios que han examinado el comportamiento de las medidas invariantes de la traslación (ponderan diferencias absolutas) reflejan un panorama bien distinto al de los estudios tradicionales. Así Svedberg (2004) no sólo muestra que la desigualdad absoluta ha crecido durante las dos últimas décadas, sino que además concluye que lo único cierto sobre la evolución de la desigualdad durante la próxima generación es que las brechas absolutas continuarán aumentando inexorablemente, a

menos que se produzca una convergencia relativa a un ritmo tan extraordinario como improbable. Ravaillon (2004) muestra cómo la relación entre crecimiento y desigualdad, que no es significativa cuando se emplea el Gini tradicional, se vuelve nítidamente positiva al emplear el Gini absoluto. Atkinson y Brandolini (2004 y 2008) muestran cómo la evolución de la desigualdad internacional entre 1970 y 2000 se reduce al emplear medidas de desigualdad relativas y aumenta al emplear medidas de desigualdad absolutas y cómo, en general, la percepción de los niveles y tendencias de la desigualdad global depende no sólo de la sensibilidad posicional de la medida empleada, sino también del grado de compromiso entre las invarianzas de la escala y traslación.

En cuanto a la extensión de la desigualdad más allá de la renta (Sen, 1973) mediante indicadores multidimensionales de bienestar (Hicks y Streeten, 1979), entre los que el más popular es probablemente el Índice de Desarrollo Humano (UNDP, 1990–2009, Staton, 2007) que combina indicadores de bienestar material, salud y educación. La evolución combinada de los dos primeros aspectos (Bourguignon y Morrison, 2002) muestran una creciente disparidad de longevidades que ha reforzado el aumento de la disparidad internacional de rentas hasta principios del siglo xx y una posterior convergencia entre las esperanzas de vida que ha atemperado la evolución de la disparidad de rentas durante los dos cuartos centrales del siglo pasado, sin que quepa observar una tendencia nítida durante el último cuarto. Morrison y Murtin (2005) extienden el análisis anterior para calcular la evolución de la desigualdad global (inter e intra) en educación observando una continua reducción de la desigualdad desde los elevados niveles de finales del XIX en contraste con lo sucedido con la renta. Con una metodología diferente, Becker y otros (2005) han estimado la disposición a pagar por los aumentos de la esperanza de vida entre 1965 y 1995 y observan para una muestra de cerca de un centenar de países que las rentas ampliadas invierten la falta de convergencia reflejada por los estudios

Figura 5. Evolución de la desigualdad internacional multidimensional.



Fuente: Datos de Bourguignon y Morrison (2002) y Morrison y Murtin (2005).

tradicionales. Para el mismo período Wu *et al.* (2008) muestran la distribución conjunta de renta y longevidad globales que refleja una mejora conjunta, y el tránsito de la distribución bimodal a unimodal ya observada en los estudios sobre la renta.

Como puede apreciarse en la **Figura 5**, que muestra la evolución de las disparidades internacionales (sin tener en cuenta las desigualdades intranacionales, con datos de Morrison y Murin, 2005, cuadro 1), la evolución de la desigualdad en términos de bienestar depende de los pesos atribuidos a cada una de las dimensiones. Así vemos que hasta el período de entreguerras la desigualdad multidimensional aumenta a menos que otorguemos un peso excesivo a las disparidades en educación, mientras que con posterioridad al menos hasta el tercer cuarto de siglo la desigualdad multidimensional se reduce siempre que no se otorgue un peso preponderante a la renta. La dificultad de obtener conclusiones robustas en el análisis multidimensional aumenta si se considera además las diferentes sensibilidades igualitaristas de los distintos índices de desigualdad (Decancq *et al.*, 2009) o se extiende el número de dimensiones que se debe tener en cuenta (Rahman *et al.*, 2005).

6. Consideración final

Pese a la amplitud de temas y referencias, no es posible evitar la sensación de que es más, y más importante, lo que queda sin tratar. Como muestra baste advertir la falta de alusiones a la distribución de la riqueza —Davies y Shorrocks (2000) y Davies *et al.* (2006) o a la redistribución de la renta y la riqueza (Lambert, 1999 y Bourguignon *et al.*, 2007).

Aunque ciertamente aún queda mucho por decir, de vez en cuando conviene recapitular. Cowell y Kambur (2009) han convocado para este año una conferencia para examinar las nuevas direcciones en el ámbito de la conceptualización y medición de la desigualdad. Quizá fuese un buen momento para considerar también la advertencia de Lequiller y Blades (2007), en cuanto a que, aunque es indiscutible que la desigualdad es una dimensión del bienestar, mientras no se alcance un consenso genuino sobre el método, las oficinas estadísticas eludirán el cálculo del super-PIB que defienden los académicos.

7. Referencias

- AGHION, Ph. y DURLAUF, S. (2005): *Handbook of Economic Growth* (v.1A, parte 1). NorthHolland, Amsterdam, 2005.
- ANAND, S. y SEGAL, P. (2008): «What do we know about global income inequality?», *Journal of Economic Literature*, 46 (1): págs. 57–94.
- ARROW, K. J. (1972): *General economic equilibrium: purpose, analytic techniques, collective choice*. Nobel Memorial Lecture, 12 de diciembre.
- ARROW, K. J. y DEBREU, G. (eds.) (2001): *Landmarks Papers in General Equilibrium Theory, Social Choice and Welfare* The Foundations of 20th Century Economics, Edward Elgar, Cheltenham.
- ATKINSON, A. B. y BOURGUIGNON, F. (eds.) (2000): *Handbook of Income Distribution*, v.1. NorthHolland, Amsterdam.
- ATKINSON, A. B. (1980): «Horizontal Equity and the Distribution of the Tax Burden», en Aaron y Boskin (eds.): *The Economics of Taxation*, The Brookings Institution, Washington DC, págs. 244–263.
- ATKINSON, A. B. y BRANDOLINI, A. (2004): *Global World Income Inequality: Absolute, Relative or Intermediate?*, 28th General Conference of the IARIW, Cork, 22–28 August.

- ATKINSON, A. B. (1970): «On the Measurement of Inequality», *Journal of Economic Theory*, 2: págs. 244–63.
- ATKINSON, A. B. (1975, 1983): *The Economics of Inequality*. Oxford: Clarendon Press.
- ATKINSON, A. B. (1987): «On the Measurement of poverty», *Econometrica*, 55 (4): págs. 749–764.
- ATKINSON, A. B. y BRANDOLINI, A. (2008): *On Analysing the World Distribution of Income*, ECINEQ WP2008-97.
- ATKINSON, A. B. y F. Bourguignon (1982): «The Comparison of MultiDimensioned Distributions of Economic Status», *Review of Economic Studies*, 49: págs. 183–201.
- BANERJEE, A. V. y DUFLO, E. (2003): «Inequality and growth: What can the data say?», *Journal of Economic Growth*, 8: págs. 267–299.
- BARRO, R. J. (2000): «Inequality and growth in a panel of countries», *Journal of Economic Growth*, 5: págs. 5–32.
- BECKER, G. S.; PHILIPSON, T. J. y SOARES, R. R. (2005): «The Quantity and Quality of Life and the Evolution of World Inequality», *American Economic Review*, 95 (1): págs. 277–291.
- BERTOLA, G.; FOELLMI, R. y ZWEIMÜLLER, J. (2006): *Income Distribution in Macroeconomics Models*, Princeton University, Princeton.
- BETTI, G. y LEMMI, A. (2008): *Advances on income inequality and concentration measures*, Routledge London.
- Bhattacharya, N. y B. Mahalanobis (1967): «Regional disparities in household consumption in India», *Journal of the American Statistical Association*, 62: págs. 143–161.
- BLACKORBY, C.; BOSSERT, W. y Donaldson, D. (1999): *Income Inequality Measurement: The Normative Approach*, en Silber (ed.) (1999): págs. 133–157.
- BLACKORBY, Ch. y DONALDSON, D. (1978): «Measures of relative equality and their meaning in terms of social welfare», *Journal of Economic Theory*, 18: págs. 59–80.
- BOSSERT, W. y PFINGSTEN, A. (1990): «Intermediate inequality, concepts, indices and welfare implications», *Mathematical Social Sciences*, 19: págs. 117–134.
- BOURGUIGNON, F. (1979): «Decomposable Income Inequality Measures», *Econometrica*, 47: págs. 901–20.
- BOURGUIGNON, F. (2008): «Fifty years of economic development and the elusive quest for sustained growth», An interview by Brian Snowdon, *World Economics*, 9 (3): págs. 123–176.
- BOURGUIGNON, F. y MORRISSON, C. (2002): «Inequality Among World Citizens: 18201992», *American Economic Review*, 92: págs. 727–744.
- BOURGUIGNON, F.; LEVIN, V. y ROSENBLATT, D. (2007): *Global Redistribution of Income*, Global Distributive Justice Conference, World Bank, Washington DC, Mayo 12.
- BUCHANAN, James M. (1976): «A Hobbesian Interpretation of the Rawlsian Difference Principle», *Kyklos* 29 (1): pág. 5–25.
- CHAKRAVARTY, S. R. (1999): «Measuring Inequality: The Axiomatic Approach», en Silber (ed.) (1999): págs. 163–184.
- CHATEAUNEUF, A.; GAJDOS, T. y WILTHIEN, P. H. (2002): «The Principle of Strong Diminishing Transfer», *Journal of Economic Theory*, 103: págs. 311–333.
- COWELL, F. A. (1977, 1995): *Measuring Inequality*, 1.ª ed. Philip Allan, Oxford. 2.ª ed. Harvester Wheatsheaf, Hemel Hempstead.
- COWELL, F. A. (1980): «On the Structure of Additive Inequality Measures», *Review of Economic Studies*, 47: págs. 521–31.
- COWELL, F. A. (1985): «‘A fair suck of the sauce bottle’ or what do you mean by inequality?», *Economic record*, 61: págs. 567–579.
- COWELL, F. A. (ed.) (2003): *The Economics of Poverty and Inequality*, Edward Elgar, Cheltenham.
- COWELL, F. y KANBUR, R. (2009): *Inequality: New Directions*, Ithaca, LSE and Cornell U., New York. September 12–13.
- DALTON, H. (1920): «The Measurement of the Inequality of Incomes», *The Economic Journal*, 30 (119): págs. 348–361.
- DAVIES, J. y HOY, M. (1994): «The normative significance of using third degree stochastic dominance in comparing income distributions», *Journal of economic theory*, 64: págs. 520–530.
- DAVIES, J. B. y SHORROCKS, A. F. (2000): «The Distribution of Wealth», en Atkinson, y Bourguignon (2000): págs. 605–676.
- DAVIES, J. B.; SANDSTROM, S.; SHORROCKS, A. y WOLFF, E. N. (2007): *The World Distribution of Household Wealth*, Global Distributive Justice Conference, World Bank, Washington DC, Mayo 12.
- DECANCO, K.; DECOSTER, A. y SCHOKKAERT, E. (2009): «The Evolution of World Inequality in Wellbeing», *World Development*, 37 (1): págs. 11–25.
- DEININGER, K. y SQUIRE, L. (1996): «Measuring income inequality: a new data base», *The World Bank Economic Review*, 10: págs. 565–591.

- DIKHANOV, Y. y WARD, M. (2002): *Evolution of the Global Distribution of Income, 1970-99* mimeo, World Bank, Washington DC.
- EBERT, U (1988): «Measurement of inequality: an attempt at unification and generalization», *Social Choice and Welfare*, 5: págs. 147–169.
- ESTEBAN, J. M. y RAY, D. (1994): «On the measurement of polarization», *Econometrica*, 62 (4): págs. 819–851.
- FERREIRA, F. H. G. y RAVAILLON, M. (2008): *Global Poverty and Inequality: A Review of the Evidence*. World Bank Policy Research Working Paper 4623.
- FIELDS, G. S. (1993): «Inequality in Dual Economy Models», *The Economic Journal*, 103 (420): págs. 1228–1235
- FORBES, K. (2000): «A reassessment of the relationship between inequality and growth», *American Economic Review*, 90: págs. 869–887.
- FOSTER, J. E.; GREER, J. y THORBECKE, E. (1984): «A Class of Decomposable Poverty Indices», *Econometrica*, 52 (3): págs. 761–66.
- FOSTER, J. E., y SEN, A. K. (1997): «On Economic Inequality: After a Quarter Century». Anexo en Sen (1997).
- GAJDOS, T. y WEYMARK, J. A. (2005): «Multidimensional generalized Gini indices», *Economic Theory*, 26 (3): págs. 471–496.
- GALOR, O y MOAV, O. (2004): «From Physical to Human Capital Accumulation: Inequality in the Process of Development», *Review of Economic Studies*, 71, págs. 1.001–1.026.
- GALOR, O. (2008): «Towards a unified theory of economic growth». An interview by Brian Snowdon, *World Economics*, 9 (2): págs. 97–151.
- GARCÍA PEÑALOSA, C. y TURNOVSKY, S. J. (2006): «Growth and income inequality: a canonical model», *Economic Theory*, 28: págs. 25–49.
- GIGLIARANO, Ch. y MOSLER, K. (2009): «Constructing indices of multivariate polarization», *Journal of Economic Inequality*, online first.
- GINI, C. (1912): *Variabilità e Mutabilità*, Studi EconomicoUniv.Cagliari, 3, págs. 11–58.
- HICKS, N. y STREETEN, P. (1979): «Indicators of development: the search for a basic needs yardstick», *World Development*, 7 (6): págs. 567–80.
- JENKINS, S. y MICKLEWRIGHT, J. (2007): *Inequality and poverty reexamined*. Oxford University Press.
- KAKWANI, N. y SILBER, J. (2008): *Quantitative approaches to multidimensional poverty measurement*. Palgrave Macmillan, London.
- KAKWANI, N. C. (1980): «On a Class of Poverty Measures» *Econometrica*, 48 (2): págs. 437–446
- KELKAR, U. R. y SASTRY, D. V. S. (1994): «Note on the decomposition of Gini inequality», *Review of economics and statistics*, 76 (3): págs. 584–586.
- KOLM, SC. (1966): «The Optimal Production of Social Justice». International Economic Association Conference on Public Economics, Biarritz, en Guitton y Margolis (1968) *Economie Publique*, CNRS, Paris, 10977 y (1969) *Public Economics*, Macmillan, Londres, págs. 145–200.
- KOLM, SC. (1976): «Unequal inequalities: 1 and II», *Journal of Economic Theory*, 12: págs. 416–442 y 13: págs. 82–111.
- KOLM, SC. (1977): «Multidimensional Egalitarianisms», *Quarterly Journal of Economics*, págs. 91–113.
- KOLM, SC. (1999): «The Rational Foundations of Income Inequality Measurement», en Silber (ed.) (1999): págs. 19–94.
- KOLM, SC. (2002): *Modern theories of justice*. MIT Press, Cambridge, Mass.
- KUZNETS, S. (1955): «Economic Growth and Income Inequality», *American Economic Review*, 45, págs. 128
- LAMBERT, P. J. (1999): «Redistributional effects of progressive income taxes», en Silber (ed.) (1999): págs. 485–509.
- LAMBERT, P. (2007): «Serge Kolm's "The optimal production of social justice", *Journal of Economic Inequality*, 5 (2): págs. 213–234.
- LAMBERT, P. J. (1989, 1993, 2001): *The Distribution and Redistribution of Income*, Manchester University Press.
- LE BRETON, M. (1999): «The mathematical foundations of inequality analysis», en J. Silber (ed.) (1999): págs. 187–198.
- LEQUILLER, F. y BLADES, D. (2007): *Understanding National Accounts*, OCDE París.
- LI, H. Y. y ZOU, H. F. (1998): «Income inequality is not harmful to growth: Theory and evidence», *Review of Development Economics*, 2: págs. 318–334.
- LORENZ, M. O. (1905): «Methods of Measuring the Concentration of Wealth», *Quarterly Publications of the American Statistical Association*, 9, págs. 209–219.

- LUNDBERG, M. y SQUIRE, L. (2003): «The simultaneous evolution of growth and inequality», *Economic Journal*, 113: págs. 326–344.
- MAASOUMI, E. (1986): «The Measurement and Decomposition of MultiDimensional Inequality», *Econometrica*, 54: págs. 99–197.
- MEHRAN, F. (1976): «Linear measures of income inequality», *Econometrica*, 44: págs. 805–809.
- MORRISSON, Ch. y MURTI, F. (2005): *The World Distribution of Human Capital, Life Expectancy and Income: a Multidimensional Approach*, mimeo CREST.
- MOYES, P. (1999): «Stochastic dominance and the Lorenz curve», en Silber (ed) (1999): págs. 199–222.
- MUKHERJEE, D. (2001): «Measuring multidimensional deprivation», *Mathematical Social Sciences*, 42 (3): págs. 233–251.
- MULIERE, P. y SCARSINI, M. (1989): «A Note on Stochastic Dominance and Inequality Measures», *Journal of Economic Theory*, 49 (2): págs. 314–23.
- PERSSON, T. y TABELLINI, G. (1994): «Is inequality harmful for growth?», *American Economic Review*, 84: págs. 600–621.
- PLOTNICK, R. (1981): «A Measure of Horizontal Inequity», *Review of Economics and Statistics*, 63: págs. 283–288.
- PRITCHETT, L. (1997): «Divergence, Big Time», *Journal of Economic Perspectives* 11 (3): págs. 317.
- PYATT, G. (1976). «On the Interpretation and desegregations of Gini Coefficient», *Economic Journal*, 86: págs. 243–255.
- RAHMAN, T.; MITTELHAMMER, R. C. y WANDSCHNEIDER, P. (2005): *Measuring the Quality of Life across Countries A Sensitivity Analysis of Wellbeing Indices*. UNU WIDER. Research Paper 2005/06.
- RALWS, J. (1971): *A Theory of Justice*, Harvard University Press, Cambridge.
- RAO, V. (1969): «The Decomposition of the Concentration ratio», *Journal of the Royal Statistical Society*, 132: págs. 418–25.
- RAVAILLON, M. (2004): «Competing Concepts of Inequality in the Globalization Debate» *Brookings Trade Forum*, 2004: pág. 138.
- SALAIMARTIN, J. (2006): «The World Distribution of Income. Falling Poverty and... Convergence, Period», *Quarterly Journal of Economics*, 121 (2): págs. 699–745.
- SALVERDA, W.; NOLAN, B. y SMEEDING, T. (eds.) (2009): *The Oxford Handbook of Economics Inequality* Oxford University Press.
- SAVAGLIO, E. (2006): «Three approaches to the analysis of multidimensional inequality», en Farina y Savaglio (eds): *Inequality and Economic Integration*, Routledge, London, págs. 264–277.
- SEN, A. K. (1973): «On the Development of Basic economic Indicators to Supplement GNP Measures», *United Nations Bulletin for Asia and the Far East*, 24.
- SEN, A. (1973, 1997): *On Economic Inequality*. Oxford University Press.
- SEN, A. K. (1976): «Poverty: an ordinal approach to measurement», *Econometrica*, 44: págs. 219–31.
- SEN, A. (1998): *The possibility of social choice*. Nobel Lecture, December 8.
- SHORROCKS, A. F. (1978): «The measurement of mobility», *Econometrica*. 46(5): págs. 1013–1024.
- SHORROCKS, A. F. (1980): «The Class of Additively Decomposable Inequality Measures», *Econometrica*, 48: págs. 613–26.
- SHORROCKS, A. F. (1982): «Inequality Decomposition by Factor Components», *Econometrica*, 50 (1): págs. 193–211.
- SHORROCKS, A. F. (1999): *Decomposition Procedures for Distributional Analysis: A Unified Framework Based on the Shapley Value*, mimeo, University of Essex.
- SHORROCKS, A. F. (2004): «Inequality and welfare evaluation of heterogeneous income distributions», *Journal of Economic Inequality*, 2: págs. 193–218.
- SHORROCKS, A. F. y FOSTER, J. E. (1987): «Transfer sensitive inequality measures», *Review of Economic Studies*, 14: págs. 485–497.
- SILBER, J. (ed) (2006,... , 2009): *Economic Studies in Inequality, Social Exclusion and WellBeing Series* v.16.
- SILBER, J. (ed.) (1999): *Handbook on Income Inequality Measurement*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- SMITH, Adam (1776): *An Inquiry into the Nature And Causes of the Wealth of Nations* Vol IV, Cap. II, Glasgow Edition.
- STANTON, E. A. (2007): *The Human Development Index: A History*, Political economy research institute, University of Massachusetts Amherst. WP 127.
- STIGLITZ, J. E. (2001): *Information and the change in the paradigm in economics*. Prize Lecture, December 8.
- SVEDBERG, P. (2004): «World Income Distribution: Which Way?», *Journal of Development Studies*, 40 (5): pág. 132.

- TAKAYAMA, N. (1979): «Poverty , income inequality , and their measures: professor Sen' s axiomatic approach reconsidered», *Econometrica*, 47: págs. 747–759.
- TEMKIN, L. S. (1993). *Inequality*. Oxford University Press, Oxford.
- THEIL, H. (1967): *Economics and Information Theory*. North Holland Publishing Company, Amsterdam.
- TSUI, K.Y. (1995): «Multidimensional generalizations of the relative and absolute inequality indices: The Atkinson–Kolm–Sen approach», *Journal of Economic Theory*, 67: págs. 251–265.
- UNDP (1990, 2006): *Human Development Report*, UNDP, New York.
- VICENTE PERDIZ, J. y RUBIO SANZ, M. T. (2006): «In search of an international standard of inequality measurement», *Statistica & Applicazioni* , v. IV, special issue 2.
- WALRAS, L. (1874, 1877): *Éléments d'économie politique pure; ou théorie de la richesse sociale* . 2 partes. Lausanne: L. Corbaz; Paris: Guillaumin; Bâsle: H. Georg.
- WEYMARK, J. A. (1981): «Generalized Gini inequality indices», *Mathematical Social Sciences* , 1 (4): págs. 409–430.
- WHALLEY, J. (1979): «The worldwide income distribution: some speculative calculations», *Review of Income and Wealth*, 25 (3): págs. 261–267.
- WOLFSON, M. C. (1994): «When inequalities diverge», *American Economic Review*, 84: 353–358.
- WORLD BANK (2005): *World Development Report 2006: Equity and Development*, World Bank, Washington DC, Oxford University Press.
- WU, X.; SAWIDES, A. y STENGOS, T. (2008): *The global joint distribution of income and health*, Rimini Centre for Economic Analysis WP 2508.
- YAARI, M. E. (1988): «A controversial proposal concerning inequality measurement», *Journal of Economic Theory*, 44: págs. 381–397.
- YITZHAKI, S. (1979): «Relative Deprivation and the Gini Coefficient», *Quarterly Journal of Economics*, 93: págs. 321–324.
- ZHENG, B. (2007): «UnitConsistent decomposable inequality measures», *Economica*, 74: págs. 97–111.
- ZHENG, B. (2007): «UnitConsistent poverty indices», *Economic Theory*, 31 (1): págs. 131–142.
- ZOLI, C. (1999): «Intersecting Lorenz curves and the Gini index», *Social Choice and Welfare*, 16: págs. 183–196.